ISBN 970-27-1045-6

PORQUE EL MUNDO DE LA BIOLOGIA ES MATEMATICO...

Ricardo Hernandez Patiño Guadalupe Vazquez Hernandez Mario Francisco Ramos Garcia Mariana Garcia Gallo

Escuela Normal Superior de Jalisco Unidad 145 Zapopan de la Universidad Pedagogica Nacional

Presentacion

En la actualidad se sabe que en el proceso de estudio de las matemáticas hay tres elementos fundamentales a considerar: los alumnos, el profesor y el conocimiento matemático, traducido en actividades de estudio. Para llegar a considerar estos tres componentes como objeto de estudio de la didáctica de las matemáticas, hubo que pasar por analizar unilateralmente a cada uno.

Primero, la atención se centró en el profesor, esto explica por qué la didáctica se definió como el arte de enseñar. Después, el punto de atención fue el alumno, específicamente en los procesos cognitivos de los sujetos que aprenden. Se tomaron en cuenta, en este aspecto, desde los más burdos procesos de entrenamiento estímulo-respuesta, sugeridos por Thorndike a principios del siglo pasado, hasta los importantes aportes de la psicología genética que tuvieron mucho auge durante la década de 1980. Gracias a esta última etapa de la psicología, que durante mucho tiempo se asumió como la ciencia encargada de resolver los problemas de la enseñanza y el aprendizaje, las actividades de estudio empiezan a jugar un papel importante. Este paradigma que puede considerarse como la concepción clásica de la didáctica, en el sentido de un conocimiento técnico que brinda elementos de otras disciplinas y en especial de la psicología para responder a la problemática planteada por el trabajo docente, echó raíces durante muchos años y ha sido difícil superarla.

El proceso enseñanza-aprendizaje es el principal objeto de estudio de esta concepción clásica de la didáctica; de ahí se derivan enfoques posteriores como el de "Aprendizaje significativo" (Ausubel, 1968), cuyo objeto de estudio es el conocimiento matemático del alumno y su evolución, aunque la explicación de este proceso se delega a la psicología. La característica fundamental de esta forma clásica de entender la didáctica radica en que los saberes que involucra, o bien están libres de problemas y por tanto de cuestionamiento alguno –como el conocimiento matemático—, o están fuera de la didáctica –como el saber psicológico, sociológico, epistemológico, entre otros, además de que, explica, en buena medida, por qué la didáctica de las matemáticas se asume como una disciplina que opera los conocimientos construidos en otras ramas del saber, pero no explica por sí misma los fenómenos didácticos (Chevallard,1997).

A principios de la década de 1970, el investigador Guy Brousseau comenzó a construir la denominada "Teoría de las situaciones didácticas", que con el paso de los años ha ido consolidando la didáctica de las matemáticas como una disciplina científica, que incorpora el conocimiento matemático como objeto de estudio y asume el proceso de estudio de las matemáticas como su principal objeto de investigación.

En México, la "Teoría de las situaciones didácticas" tiene sus primeras manifestaciones en los años 80, en el seno de un reducido grupo del Departamento de Investigaciones Educativas (DIE) del CINVESTAV-IPN. Los proyectos de investigación del grupo intentan explicar —considerando los tres elementos fundamentales que intervienen en el proceso didáctico: el alumno, el profesor y las actividades de estudio— cuáles son las mejores condiciones para que los alumnos de educación básica construyan conocimiento matemático.

Enfoque

La formación matemática que le permita a cada miembro de la comunidad enfrentar y responder a determinados problemas de la vida moderna dependerá, en gran parte, de los conocimientos adquiridos y de las habilidades y actitudes desarrolladas durante la educación básica. La experiencia que vivan los niños y jóvenes al estudiar matemáticas en la escuela, puede traer como consecuencias: el gusto o rechazo, la creatividad para buscar soluciones o la pasividad para escucharlas y tratar de reproducirlas, la búsqueda de argumentos para validar los resultados o la supeditación de éstos al criterio del maestro.

El planteamiento central en cuanto a la metodología didáctica que sustenta los programas para la educación secundaria y que coincide con el de la reforma de 1993, consiste en llevar a las aulas actividades de estudio que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de solucionar los problemas y a formular argumentos que validen los resultados.

El conocimiento de reglas, algoritmos, fórmulas y definiciones sólo es importante en la medida en que los alumnos lo puedan usar, de manera flexible, para resolver problemas.

De ahí que su construcción amerite procesos de estudio más o menos largos, que van de lo informal a lo convencional, ya sea en términos de lenguaje, como de representaciones y procedimientos. La actividad intelectual fundamental en estos procesos se apoya más en el razonamiento que en la memorización.

Los avances logrados en el campo de la didáctica de la matemática en los últimos años, dan cuenta del papel determinante que desempeña *el medio*, entendido como la situación o las situaciones problemáticas que hacen pertinente el uso de las herramientas matemáticas que se pretende estudiar, así como los procesos que siguen los alumnos para construir nuevos conocimientos y superar las dificultades que surgen en el proceso de aprendizaje. Toda situación problemática presenta obstáculos cuya solución no puede ser tan sencilla que quede fija de antemano, ni tan difícil que parezca imposible de resolver por quien se ocupa de ella. La solución debe ser construida, bajo el entendido de que existen diversas estrategias posibles y hay que producir al menos una.

"La Matemática en las Ciencias Naturales" 1

¿Qué es lo que se encierra atrás de una fórmula que a pesar de su simplicidad es capaz de describir el desarrollo de un ser vivo?. La lectura de Life's Other Secret: the new mathematics of the living world (1998, Penguin/Wiley, New York), que publicó Ian Stewart, demuestra que aún subsiste la antigua tradición pitagórica que considera a las propiedades de los números como la base sobre la cual descansa la estructura de un Universo que se mueve al ritmo que le marcan las propiedades de los cocientes y las proporciones. La cabala puede ser fascinante, pero resulta mucho mas útil y prudente recordar las palabras de von Bertalanffy, que afirmó en su General System Theory (1968, Braziller, New York), que existen muchos fenómenos del metabolismo, la bioquímica, la morfogénesis, y la evolución, que siguen precisamente la formula y = bxa, y agregó que "a pesar de su carácter simplificado y de sus limitaciones matemáticas", escribió von Bertalanffy, "el principio de la alometría es una expresión de la interdependencia, organización y armonización de procesos fisiológicos".

¿De dónde arranca este empeño que pretende unir a dos disciplinas aparentemente tan disímbolas como las matemáticas y la biología? Todos conocemos los hilos conductores que llevan, por ejemplo, a la discusión de Galileo sobre el grosor de los huesos en sus Diálogos sobre Dos Nuevas Ciencias, los cálculos medio tramposos que hizo Mendel de las frecuencias de sus híbridos, y la demografía maltusiana. Sin embargo, es probable que el impulso inicial más estimulante haya sido la matematización de la teoría de la selección natural.

El propio Darwin no era especialmente afecto a la matemática y veía con cierto escepticismo los argumentos de su primo Francis Galton, pero esos prejuicios fueron rápidamente superados. La generación siguiente fue todavía más lejos. Entrado el siglo veinte, la teoría matemática de la genética de poblaciones, desarrollada con extraordinaria acuciosidad por investigadores de la talla de Ronald A. Fischer, Sewall Wright, y John B. S. Haldane, no solo preparó el camino para el nacimiento del neodarwinismo, sino que también contribuyó a legitimar los enfoques cuantitativos de las ciencias biológicas.

Un heredero de las mejores tradiciones intelectuales británicas y ejemplo prototípico del gentleman victoriano, D'Arcy Wentworth Thompson, sombra tutelar de los biólogos matemáticos y de los matemáticos interesados en la biología, era un zoólogo escocés sumamente cultivado que transitaba con igual facilidad de los clásicos griegos a la geometría euclidiana. Aunque era demasiado cortés para hacer explícito su escepticismo por las explicaciones darwinistas, en 1917 publicó su célebre On Growth and Form (1917, Cambridge University Press, Cambridge, y reimpreso en 1942) un tratado elegante y bien estructurado en donde intentó describir los principios físicos que subyacen las formas biológicas, y que se puede leer como un homenaje tardío pero estimulante a la filosofía de Pitágoras. La lectura del libro de Thompson es una zambullida gozosa en la interdisciplina: por sus páginas fluyen en sucesión interminable los principios matemáticos que subyacen las celdas de un panal de abejas, la espiral logarítimica que describe lo mismo la forma de

Gutiérrez Sánchez, José Luis y Faustino Sánchez Garduño. Matemáticas para las ciencias naturales, México, Sociedad Matemática Mexicana, Serie Textos Número 11, 1998

¹ Con base en:*Departamento de Matemáticas de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional Autónoma de México.

los caracoles que los cuernos de los carneros, y la precisión con la que las espinas de las suculentas y las inflorencias de las compuestas obedecen las reglas de Fibonacci. Al igual que algunos de sus contemporáneos, Thompson estaba convencido de que las formas geométricas de los organismos representaban soluciones optimizadas con las que la materia viva respondía en forma plástica y polifilética ante la acción directa de las fuerzas físicas. Es cierto que D'Arcy W. Thompson exageró en algunas ocasiones y se equivocó en otras, pero es fácil reconocer su actitud visionaria y su contribución al acercamiento de dos ciencias hasta entonces tan ajenas, lo que ayudó a la gestación de una óptica novedosa y más precisa de la biología. No fue el único.

Basta asomarse a los trabajos de Volterra, Lotka, Gaus, Kermack y McKendrick, con su teoría sobre la difusión de las epidemias, y Ravshevsky, para identificar de inmediato la existencia de toda una generación que se sintió cautivada por los problemas biológicos y de la que son herederos, conscientes o no, muchos de los matemáticos que trabajan en modelos y problemas de las ciencias de la vida.

Galileo había afirmado que "el libro de la Naturaleza está escrito con caracteres geométricos". Sin embargo, una ojeada a la historia de la ciencia demuestra que mientras que el uso del instrumental matemático y el ideal de la axiomatización han tenido un éxito extraordinario en la física, ese mismo enfoque no siempre ha sido igualmente productivo cuando se aplica a la ciencias de la vida --pero hay éxitos notables--, como lo demuestra el extenso inventario de ejemplos incluidos en Matemáticas para las Ciencias Naturales; problemas de ecología, bioquímica, genética, pesquería, y crecimiento y desarrollo de los organismos. Como escribió en 1968 von Bertalanffy al referirse no a la disputa sino a los modelos de Lotka y Volterra, "Los principios que gobiernan el comportamiento de seres intrínsicamente diferentes se corresponden.

Pongamos un ejemplo simple: la ley del crecimiento exponencial se puede aplicar a ciertas células bacterianas, de animales o de humanos, así como al progreso de la investigación científica, si este se mide, por ejemplo, por el número de publicaciones sobre problemas de la genética, o sobre las ciencias en general. Los seres en cuestión, bacterias, animales, humanos o libros, difieren totalmente de igual manera que lo hacen los mecanismos causales implicados en los cambios mencionados. De cualquier manera, siguen la misma ley matemática. Otro ejemplo: las leyes que describen las rivalidades entre las especies, animales o vegetales. Los mismos sistemas de ecuaciones se aplican a ciertas ramas de la fisicoquímica o de la economía.

Es imposible no sentir la fascinación ante el extraordinario poder de abstracción de las matemáticas, sin duda alguna la actividad teórica mas sofisticada que ha desarrollado nuestra especie. Ello nos conduce de inmediato a interrogantes para las cuales no tenemos respuesta. ¿Porqué podemos sistematizar y organizar el conocimiento en términos cuantitativos?, ¿Cuál es la estructura íntima de la mente humana, que ha permitido que en todos los pueblos y en todas las culturas se hayan cultivado, en mayor o menor grado, no sólo la matemática, sino también la poesía?

Sin embargo, no nos debemos engañar. Aunque los humanos tenemos las neuronas empapadas en fluidos matemáticos, no todos atienden a su llamado. Nadie ignora la severidad de los problemas pedagógicos que presenta la enseñanza de las matemáticas, tanto en México como en otros países. Me limito a un ejemplo de hace casi ochenta años: "Tengo diecisiete años, y sueño con la Historia Natural, pero mi mediocridad en el plano de las matemáticas puede frenarme irremediablemente. Las matemáticas me inspiran un asco

que no puedo superar", le escribió un joven estudiante al célebre biólogo francés Jean Rostand, "¿Realmente sin ellas no puedo consagrarme al estudio de la vida?, ¡Como resignarme a no hacer la carrera que uno quiere, y en la uno se encontraría a gusto!"

Es cierto que el desarrollo de la biología molecular substituyó a los cálculos estadísticos de la genética mendeliana y que, como dice Giorgio Israel, la biología moderna está definida por un reduccionismo mecanicista sin matemáticas --pero nadie puede ser biólogo sin ellas. Ecología, bioquímica, neurofisiología, genética de poblaciones requieren de ellas; la biología molecular sería inconcebible sin los modelos geométricos de las macromoléculas o muchas otras aplicaciones en otras áreas de las ciencias de la vida. Nadie puede, por tanto, ignorar el reto docente ante esta realidad.

La matemática y la biología se han nutrido y enriquecido mutuamente como resultado de su interacción. Entre una y otra ha habido de todo: resultados extraordinarios, como los de Lotka y Volterra; chanchullos minúsculos e inofensivos como los de Mendel; excesos como los de Ravshevsky y Stewart; promesas incumplidas como las de la teoría de catástrofes; errores y aciertos como los de D'Arcy Thompson. Como lo demuestra este breve inventario, la relación de las matemáticas con las ciencias biológicas es de amores extravagantes y amasiatos turbulentos. No importa. Mejor eso a un matrimonio tedioso.

Tratamos de discernir la existencia de una disciplina que pueda legítimamente llamarse biología matemática o, en forma sucinta, biomatemática. El debate suscita con frecuencia reacciones encontradas y extremas, exactamente como las que se dan en una disputa conyugal y, como en tales episodios, el no llamar al pan, pan y al vino, vino, encona resentimiento y distancía a los actores.

Por ejemplo, aquellos biólogos que toman el reduccionismo mecanicista (sin matemáticas) como método universal en su disciplina, suelen adoptar una actitud pragmática respecto a las reflexiones filosóficas; olvidan toda la tradición humanista de las ciencias y parecen contentos con ello; si hay algún método matemático que les sirva, lo aprovechan, pero pasan de largo cuando alguien les invita a pensar en las implicaciones epistemológicas de ese uso. Sin duda, el desdén de la filosofía estrecha el horizonte y engendra errores como el de creer a pies juntillas que todo en biología puede reducirse, por ejemplo, a describir secuencias de DNA. Y sin embargo, es un hecho que hay enigmas esenciales de la vida, como la biología del desarrollo, proceso que lleva del genotipo al fenotipo y que da lugar a la emergencia de patrones, a la diferenciación celular, a la especialización de tejidos, etcétera- inexplicables en términos solamente del código genético cuya solución exige, de inicio, admitir que la física y la matemática de este fin de siglo han empezado a hacer contribuciones notables a la comprensión de esos enigmas y que, muy probablemente, la respuesta correcta depende del auxilio de estas dos ciencias. Otros biólogos, quizá de mayor raigambre naturalista, suelen dejarse llevar por el escepticismo, pues la inmensa variabilidad de la vida, les hacen creer que los procesos biológicos no pueden ser sometidos a leyes causales porque, como se ve en la física, tales leyes empiezan siempre por idealizar las cosas y ese procedimiento, aplicado al estudio de la vida, es notoriamente incapaz de lidiar con ella. Por ello, aunque respeten y aun aplaudan "la mezcla medio explosiva de candor e interés" con la que físicos y matemáticos pretenden extender sus métodos a la biología, no dejan de sonreír compasivamente como parece hacerlo

Lazcano al final de su artículo pues posiblemente piensan que están "empeñados en un intento condenado a fracasar". Sin embargo, tanto los desdeñosos como los escépticos

parecen coincidir en que un buen auxiliar para la investigación en biología es la estadística y, cuando se plantea el tema de la relación entre biología y matemática, suelen decir "ah, sí, claro que no se puede entender la biología contemporánea sin la estadística" y agregan, "por ejemplo, es indispensable en la fundamentación neodarwinista de la teoría de la evolución".

Pero, entonces, ¿qué relación puede haber entre dos ciencias cuyas metodologías y objetos de estudio son completamente diferentes?

La biología estudia desde organismos tan diminutos como los radiolarios o las amibas o, más pequeños aún, como las bacterias, hasta las imponentes secoyas, los seres humanos, o los enormes cetáceos; considera todos sus niveles de organización y explora las relaciones intra e interespecíficas y lo hace a diferentes escalas espaciales y temporales: considera las características macroscópicas de los organismos o escudriña en su intimidad celular o molecular; describe la breve historia de la vida de los individuos o trata de reconstruir la sucesión de las especies en la inmensidad de los tiempos geológicos. El trabajo de un biólogo suele combinar la investigación de campo con la de laboratorio; se enfrenta en su tarea, siempre directamente, con la más maravillosa de las realidades físicas, la de la vida. En cambio, la matemática es una ciencia formal y deductiva. Como la lógica o la gramática, establece un lenguaje propio en cuyos símbolos establece relaciones, orden y estructuras y, con base en supuestos sencillos y reglas de inferencia claras, obtiene consecuencias ciertas dentro del aparato formal en el que son deducidas. Aunque la visión popular de la matemática suele suponer que sólo tiene que ver con cantidades y figuras geométricas, en su mundo, al que se ha asomado incluso el Pato Donald, hay mucho más que aritmética; se construyen modelos o formalizan teorías cuya relación con los problemas de la realidad física, que frecuentemente los inspiran, es secundaria en tanto se tiene una lógica propia completamente ajena a lo que puedan representar las ecuaciones. El de los matemáticos, además, es un trabajo de gabinete; si acaso, utilizan la computadora como una herramienta, pero... volvamos a la pregunta: ¿qué relación puede establecerse entre una ciencia que estudia a los seres vivos y otra que es prototipo de abstracción? Hasta hoy, prácticamente en todas partes, la escuela dominante en biología tiende sólo a describir, clasificar o narrar pero no explica lo que ocurre con la vida. El problema de explicar, como se entiende en la física o la química, estableciendo relaciones causales para descubrir porqué la realidad de la vida es como es, con base en hipótesis o teorías que puedan ser refutadas, no parece pertinente. Posiblemente creen que la distribución espacial de las partes de las plantas o la anatomía de los animales son ininteligibles porque la selección natural es un proceso histórico, esencialmente circunstancial, sujeto de puro azar y, por ello, ajeno a principios explicativos generales.

Pero si nos limitamos a registrar las maravillas, como lo han hecho tantos naturalistas hasta el día de hoy, nos dejaremos dominar por el pasmo y estaremos muy lejos de una explicación porque hará falta complementar el asombro con el escepticismo, ingredientes indispensables de la ciencia según Carl Sagan, y la búsqueda consiguiente de inteligibilidad. D'Arcy Thompson encontró, entre muchos otros, el porqué de las espirales que se forman por acumulación de material calcáreo; durante los últimos veinte años, con avances y retrocesos, se ha buscado explicar porqué la coloración de los animales obedece a procesos de reacción-difusión de las sustancias que dan el color sobre la piel y recientemente, los físicos franceses Yves Couder y Adrien Douady han dado con los porqués del predominio de los números de Fibonacci en la arquitectura de las plantas. Estos

procesos son, entonces, una consecuencia inevitable de las leyes naturales y no dejan lugar a accidentes históricos modulados por la selección natural. Por ejemplo, tal vez para la forma de los pétalos o el aroma de las flores sea importante la descripción adaptacionista, pero el trabajo de Couder y Douady parece haber establecido que la arquitectura esencial de las plantas nada tiene que ver con ventajas selectivas. Pero, ¿existen leyes que gobiernan al mundo biológico en el mismo sentido que las leyes de la física mandan sobre la materia inanimada? o, acaso, ¿es la materia viva diferente de la que compone el agua, las rocas, los mares, los planetas y las galaxias, de manera que la vida y sus manifestaciones son incomprensibles, porque son el producto de designios divinos o de una ciega y azarosa variación seguida de un retorno a cierto orden, impuesto por la todopoderosa selección natural?

Si la primera pregunta se responde afirmativamente y se renuncia de una vez y para siempre a cualquier tipo de vitalismo, las leyes de la biología podrán expresarse, como las de la física, en el lenguaje preciso y claro de la matemática. En este caso, como dice Ian Stewart, en una de esas afirmaciones de talante pitagórico que llevan a los biólogos a ver a físicos y matemáticos, con ternura reprobatoria, del modo como los famas ven a los cronopios en la mitología cortazariana: El siglo venidero presenciará una explosión de nuevos conceptos matemáticos, de nuevos tipos de matemática creados por la necesidad de entender los patrones del mundo viviente. Esas nuevas ideas interactuarán con las ciencias biológicas y físicas por caminos completamente nuevos. Proveerán -si son exitosas- una comprensión profunda de ese extraño fenómeno que llamamos "vida" en la cual sus sorprendentes capacidades sean vistas como algo que fluye inevitablemente desde la riqueza subyacente de nuestro universo y desde su elegancia matemática.

No es exagerado decir que en los campos más interesantes de la matemática moderna importan más las cualidades de los sistemas y esto, no obstante, permite abordar problemas tanto de orden teórico como práctico. La taxonomía biológica, que fue durante mucho tiempo dominio exclusivo del naturalismo, se hace hoy con base en la lógica matemática y la teoría de conjuntos. Las aplicaciones recientes y, previsiblemente, las que están por venir, de la matemática en la biología configuran más una ciencia de calidades que de cantidades. De mayor alcance y mucho más estimulantes, han sido los esfuerzos por construir un aparato matemático que sea capaz de representar procesos generales como el origen de la vida, la biología del desarrollo o morfogénesis y la evolución biológica.

Reconocemos que, como toda nueva ciencia, nuestra comprensión matemática de la biología está fragmentada, hecha de pedazos y se presta a debate. Por incompletos o mal conceptualizados que pudieran finalmente resultar estos fragmentos, son ya absolutamente fascinantes. Tal vez es tiempo de seguir la pauta del Pato Donald y otros pitagóricos y empezar a tatuarnos, en la palma de la mano, pentágonos con estrellas de cinco picos o de aprender a solfear la impresionante y maravillosa música de las esferas.

.